

1.6 Граничные условия в процессах ОМД

Граничные условия — это закон по которому изменяются касательные напряжения на контактных поверхностях деформируемой заготовки.

В зависимости от вида операции и состояния контактных поверхностей заготовки и инструмента граничные условия могут задаваться различными параметрами.

Обычно согласно закону Амонтона – Кулона касательное напряжение на контакте считают пропорциональным нормальному напряжению на этой поверхности

$$\tau_k = \mu \sigma_n \quad (5.17)$$

где σ_n - нормальное давление в плоскости контакта;

μ - коэффициент контактного трения при пластическом деформировании, определяемый экспериментально.

Коэффициент пропорциональности μ , называемый *коэффициентом трения*, в общем случае переменен и зависит от многих факторов, в числе которых скорость относительного скольжения, давление на контакте, свойства смазочного слоя и др.

Исследования показывают, что увеличение скорости снижает коэффициент трения. Так, при штамповке на молоте трение обычно ниже, чем при штамповке на прессе. Также значительно снижают коэффициент контактного трения возникающие при штамповке вибрации.

Закон Амонтона – Кулона можно использовать при анализе операций обработки давлением только в некоторых случаях. Закон Амонтона – Кулона ничем не ограничивает максимальную силу трения: чем больше нормальные напряжения, тем больше величина силы трения.

В действительности при пластическом деформировании с ростом нормальных напряжений касательные контактные напряжения возрастают первоначально по закону, близкому к линейному, а затем по кривой,

асимптотически приближаясь к некоторому постоянному значению. Поэтому, для расчетов используется осредненная величина, которая определяется по формуле

$$\tau_k \leq \frac{\sigma_s^*}{2} \quad (5.18),$$

где σ_s^* – сопротивление деформации, определяется по формуле

$$\sigma_s^* = \beta \cdot \sigma_m.$$

Следовательно, если совместить формулы (5.17) и (5.18), получим выражение для определения контактного касательного напряжения вида

$$\tau_k = \mu \sigma_n \leq \beta \cdot \sigma_m / 2 \quad (5.19)$$

Согласно полученного выражения, можно сказать, что если нормальное напряжение (σ_n) или (μ) возрастают, то возрастает и контактное касательное напряжение (τ_k), но не может превышать значения $\beta \cdot \sigma_m / 2$.

Следовательно, закон Амонтона-Кулона применим только для небольших нормальных напряжений и контактного трения $\mu \leq 0,5$

Граничные условия, при решении задач ОМД задаются также по формуле Зибеля

$$\tau_k = \mu_s \cdot \beta \cdot \sigma_s \quad (5.20),$$

где μ_s – фактор трения, принимается постоянным по всей поверхности трения;

σ_s – сопротивление деформации принимается осредненным

Подставив значение $\tau_k \leq \beta \cdot \sigma_m / 2$ из формулы (5.19) в формулу (5.20), получим, что фактор трения $\mu_s \leq 0,5$

Формула Зибеля применяется для анализа:

- процессов горячей объемной штамповки со всесторонним неравномерным сжатием, для процессов прессования, выдавливания, осадки низких заготовок, прокатки или для процессов с большими степенями деформации при условии, когда σ_{cp} имеет большую отрицательную величину;

- для операций холодной листовой штамповки, а также для операций со слабо выраженной схемой всестороннего сжатия при любых степенях деформации.

1.7 Полезное использование сил трения

В процессах ОМД силы трения отрицательно влияют процесс деформирования. Они приводят к повышению технологического усилия, к неравномерности деформаций, снижающей качество изделий, к снижению стойкости инструмента.

В некоторых случаях, при определенных условиях силы трения влияют положительно на процессы ОМД. Такие силы называются *активными*.

Влияние сил трения рассмотрим на примере процесса холодного выдавливания детали типа стакан из короткой цилиндрической заготовки по двум схемам деформирования (рис. 5.14)

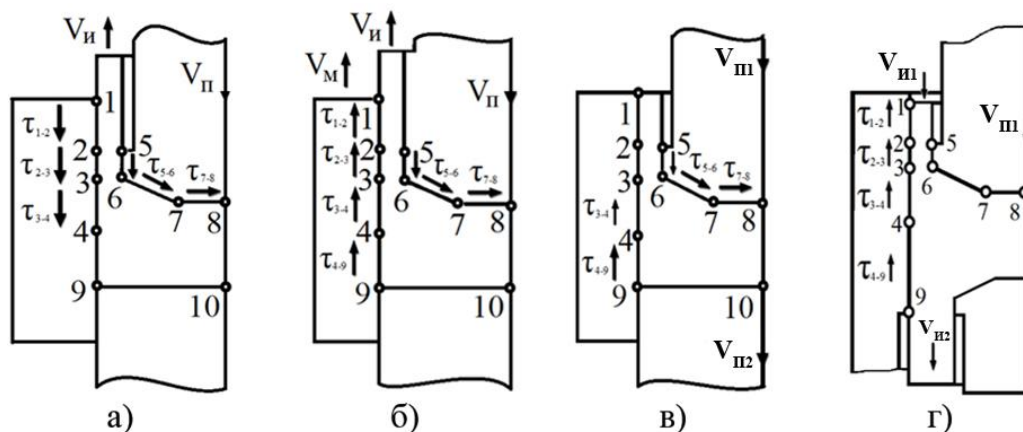


Рисунок 5.14 - Схемы действия сил трения в зависимости от кинематики движения металла и инструмента: а – матрица и нижний пуансон неподвижны (обратное выдавливание); б – нижний пуансон неподвижен, направление движения металла и пуансона противоположно: матрица движется в направлении течения металла; в – матрица неподвижна: верхний и нижний пуансоны движутся вниз; г – комбинированное выдавливание полости с двух сторон; торец полости смещается вниз относительно стенок матрицы; $V_{и}$ – скорость истечения; $V_{п}$ – скорость пуансона; $V_{м}$ – скорость матрицы

При выдавливании полости стакана в жесткой неподвижной матрице (рис. 5.14 а,в), при внедрении пуансона металл начинает перемещаться в сторону противоположную движению пуансона. На боковой поверхности матрицы силы трения начинают препятствовать смещению приконтактных слоев металла, что приводит к увеличению сопротивления деформированию. Это повышает усилие деформирования заготовки.

Контактные касательные напряжения на поверхности матрицы создают условия, при которых в очаге деформации возникает схема неравномерного всестороннего сжатия (см.рис. 5.14 а,в), которая приводит к повышению пластичности материала., так как в этом случае показатель напряженного состояния – Π будет отрицательным, а сама схема мягкой.

В схеме, приведенной на рисунке 5.14 б, матрице сообщено перемещение в сторону перемещения металла. Причем скорость перемещения матрицы v_m больше скорости истечения металла v_c . В этом случае в схеме напряженного состояния появляется одно растягивающее напряжение, что уменьшает пластические свойства, но снижает усилие деформирования на 20%...30%.

Следовательно, можно сделать вывод, что во многих процессах ОМД силы трения можно частично или полностью компенсировать за счет создания благоприятной схемы деформирования, когда инструмент принудительно перемещается в направлении течения металла.

Тема 6: Методы теоретического анализа процессов ОМД.

Все виды исследования процессов ОМД делятся на:

- 1 – аналитические;
- 2 – экспериментальные;
- 3 – экспериментально-аналитические.

Аналитические методы основаны на замене исследования реального физического объекта математической моделью, поведение которого с достаточной степенью точностью обращает поведение самого объекта.

Модель процесса – это упрощенное представление о реальном объекте.

При решении технологических задач обработки металлов давлением необходимо определять возникающие напряжения и деформации в зависимости от различных граничных условий, усилия деформирования, затраты энергии, выбирать оптимальные технологические параметры. Сложность решаемых задач в связи с развитием современных технологий создала предпосылки для создания методов исследований процессов ОМД основанных на основных законах механики сплошных сред, а именно на законах теории упругости, пластичности и прочности. Все существующие методы исследования и анализа процессов пластического формоизменения можно разделить на аналитические, экспериментальные и экспериментально-аналитические (табл. 6.1). По уровню сложности решаемые задачи ОМД можно разделить на четыре основных класса:

- задачи первого класса – это анализ силового режима (определение усилия и работы деформации);
- задачи второго класса – это расчет на прочность формоизменяющих деталей штампа и выбор рациональных параметров технологического процесса и конструкции рабочего инструмента позволяющих получить необходимые запасы прочности;
- задачи третьего класса – это задачи выбора рациональных размеров исходных заготовок и их промежуточных форм при многопереходной штамповке;

- задачи четвертого класса — это задачи предельного формоизменения, разработки такого технологического процесса, при котором не происходит исчерпание ресурса пластичности.

Анализ технологических процессов пластического формоизменения осуществляется различными в зависимости от поставленных задач. Каждый из методов имеет свои возможности, допуски и ограничения. Классы задач и их возможности и ограничения приведены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 - Возможности методов анализа технологических задач обработки давлением

№	Методы	Класс задач				Ограничения		
		1	2	3	4	А	Б	В
	Аналитические							
1	Прямого интегрирования	+	+	+	+			
2	Инженерный	+	+	+	–	по	–	уо
3	Метод линий скольжения	+	+	–	+	п, 1ст	тгп	бу
4	Энергетический	+	–	+	+	–	тп,боп	–
5	Прямой вариационный	+	+	+	+	–	тп,боп	–
6	Верхней оценки	+	–	+	–	по	тгп,тп	уо
7	Конечных элементов	+	+	+	+	–	тп,боп	–
	Экспериментально - аналитические							
1	Сопротивления пластическим деформациям материала	+	+	–	+	по	тэ	–
2	Визиопластический	+	+	+	+	по	тэ,сэт,тп	–
3	Муаровых полос	+	+	–	+	по	тэ,сэт,тп	–
4	Распределения твердости	+	+	–	+	по	тэ,сэт,тп	–

В таблице 2.1 введены следующие обозначения на ограничения для конкретных методов:

- А – на область применения метода (П – преимущественно для плоских задач; ПО – преимущественно для плоских и осесимметричных задач; 1СТ – для задач с одной степенью свободы течения металла);

- Б – на методику решения задач (ТПП – для задач с большим объемом графических построений и расчетов; ТП – для задач с проблемами отладки программ на ЭВМ; БОП – требуется большой объем памяти ЭВМ; ТЭ – задачи, требующие трудоемких экспериментов и их обработка; СЭТ – задачи для исследования которых необходимо применение специальной сложной техники и аппаратуры);
- В – на результаты решения задач (БУ – задачи решаемые без учета упрочнения материала; УО – задачи решаемые с осредненным учетом упрочнения).

Приведенные в таблице 6.1 аналитические методы основаны на замене исследования реального физического объекта математической моделью в виде системы интегро-дифференциальных уравнений, позволяющих с достаточной точностью прогнозировать поведение исследуемого объекта в основном в осесимметричных и плоских задачах. Однако принятые допущения в виде идеализации свойств, однородности и изотропности исследуемой среды и ограничения, наложенные на граничные условия, не дают получить результаты, соответствующие реальным процессам.

Экспериментальными методами исследуются реальные материалы в реальных условиях. С целью уменьшения затрат при исследовании задач ОМД используют методы подобия (геометрического, физического, масштабного). Они позволяют реализовывать натурные условия. Но для уменьшения затрат на проведение эксперимента часто исследования проводятся на геометрически или физически подобных моделях. Но и в этом случае тоже принимается ряд допущений, которые вносят ошибку в получаемые результаты. Это требует подтверждения результатов аналитических исследований с данными проведенных экспериментов.

Экспериментально-аналитические методы позволяют использовать экспериментальные данные для теоретического анализа технологических задач пластического формоизменения. Они дают возможность на основании экспериментальных исследований получать функции, описывающие приращения перемещений частиц исследуемого объекта, а затем используя определяющие уравнения сплошной среды проанализировать кинематику и динамику процесса деформирования. В результате этого появляется возможность определять нагрузки на инструмент и прогнозировать процесс формоизменения.

6.1 Расчеты процессов ОМД на основе совместного решения уравнений равновесия и условия пластичности.

Основы расчетного подхода.

Этот метод заключается в совместном решении системы из дифференциальных уравнений равновесия и условия пластичности.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \times (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} = \sigma_T$$

Уравнения пишут в форме: 1) для объемного, осесимметричного; 2) плоского напряженного состояния; 3) плоского деформированного состояния; и в координатах: прямоугольных, цилиндрических, полярных, сферических.

Задание граничных условий.

При наличии трения необходимо задать условия трения, определяющие касательные напряжения на поверхности контакта в двух формах: 1) контактные касательные напряжения считают независимыми от координаты, по которой они направлены, то есть постоянным (см. выражение 1)); 2) считают, пропорциональные нормальным напряжениям на поверхности контакта (см. выражение б))

$$\text{а) } \tau_k = \mu_s \beta \sigma_s$$

$$\text{б) } \tau_k = \mu \sigma_n$$

β – переменный коэффициент

$$1 < \beta < 1,155$$

Если задача представляется статически неопределимой, то дополнительно используют связи между напряжениями и деформациями и уравнения неразрывности деформации.

Решение должно дать величину и распределение напряжений по всему объему тела. Такое решение возможно лишь в отдельных частных случаях и то при отсутствии (или в предположения отсутствия) сил трения на контактных поверхностях.

Разберем теперь возможности решения дифференциальных уравнений равновесия для различных видов пластически напряженного состояния.

1) При объемном напряженном состоянии мы располагаем тремя уравнениями равновесия, в которые входят шесть неизвестных (три нормальных и касательных напряжения) и условие пластичности, заключающее те же известные.

В четырех уравнениях шесть неизвестных – задача дважды статически неопределима. Дополнительно можно использовать уравнения связи между напряжениями и деформациями и уравнения неразрывности деформаций, которые внесут, однако, новые неизвестные (шесть деформаций и модуль пластичности). В результате можно получить 13 уравнений с 13 неизвестными. Практически решение такой системы невозможно.

2) Для осесимметричного напряженного состояния есть два уравнения равновесия, содержащие четыре неизвестных, и условие пластичности, в которое входят те же неизвестные. Таким образом, осесимметричная задача так же, как и объемная, статически неопределима, и для решения ее требуется привлечение уравнений связи между напряжениями и деформациями (четыре уравнения, которые внесут четыре новых неизвестных) и уравнения совместимости деформаций. Всего получим восемь уравнений с восьмью неизвестными. Отсюда следует, что осесимметричная задача значительно проще объемной. Однако точные замкнутые решения этой задачи существуют только для отдельных частных случаев:

- когда касательные напряжения на контактной поверхности отсутствуют;
- зависит только от одной из двух координат, входящие в уравнения равновесия.

3) Для плоского напряженного и плоского деформированного состояний располагаем двумя уравнениями равновесия в декартовых координатах или в полярных координатах и условием пластичности. В этих трех уравнениях содержится три неизвестных. Таким образом, число уравнений соответствует числу неизвестных. Тем не менее для системы уравнений этой задачи существуют точные замкнутые решения тоже лишь для частных случаев:

- при касательных напряжениях на контактной поверхности, равных нулю;
- при контактных напряжениях не зависящих от одной из двух координат, входящих в уравнения равновесия.

Метод интегрирования дифференциальных уравнений равновесия совместно с условием пластичности дает точные замкнутые решения для следующих осесимметричных и плоских задач: пластическое равновесие толстостенной трубы под действием внутреннего и внешнего давлений (А Надаи); 2) сжатие бесконечной полосы между шероховатыми плитами при

$T_k = const$ (Л. Прандтль); 3) сжатие клина (А. Надаи); равновесие пластической массы, заполняющей форму конуса (В.В. Соколовский); 5) осадка без трения толстостенной трубы, замкнутой в матрицу (Л. Г. Степановский) и др.